

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ЖИДКОСТИ В ОТВЕРСТИИ ПРОСЕИВАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ГРОХОТА**

Аналітично визначена власна частота коливань рідини, що утримується в отворі сита поверхневим натягом. Рішення отримане в припущенні, що потенційна енергія поверхневого натягу істотно більше потенційної енергії рідини в гравітаційному полі. Проаналізовано вплив крайового кута й коефіцієнта поверхневого натягу

### **DEFINITION OF THE FUNDAMENTAL FREQUENCY OF OSCILLATIONS FLUIDS IN THE MESH OF THE SCREEN**

The fundamental frequency of oscillations of a fluid which is retained in a mesh by a surface tension is analytically certain. The solution is gained in the conjecture, that a potential energy of a surface tension it is essential more potential energy of a fluid in a gravitational field. Agency of an edge angle and factor of a surface tension is analysed

Обезвоживание горной массы на вибрационном грохоте происходит в результате прохождения жидкости через отверстия просеивающей поверхности. При тонком и сверхтонком грохочении этому процессу препятствует поверхностное натяжение жидкости.

Из всего многообразия работ, связанных с учетом влияния поверхностного натяжения жидкости на границе с газом и твердой поверхностью выделим два класса работ. Первый, работы, посвященные равновесию жидкости. Второй, работы, в которых рассматривается поведение жидкости при вибрационном воздействии.

Решения классических задач на равновесие жидких масс под действием капиллярных сил, а также сил гравитационного, электрического и магнитного поля приведены в работе [1]. Эти результаты послужили основой для анализа равновесного состояния жидкости в отверстии просеивающей поверхности [2].

Что же касается математического описания колебаний жидкости с учетом влияния поверхностного натяжения, то эти задачи существенно сложнее, поскольку необходимо решить уравнение Навье-Стокса с учетом граничных условий на свободной поверхности с одновременным определением ее положения. Особо следует отметить, что изменением свободной поверхности во многом определяются основные характеристики гидродинамических процессов. Подобные задачи могут быть решены численными методами, обзор которых приведен в статьях [3, 4]. Однако разработка математических программ сопряжена с большими затратами и требует продолжительного времени.

Из теории колебаний известно [5], что энергетически выгодно возбуждать колебательную систему на резонансной частоте, поэтому, не вдаваясь в детали вынужденного движения жидкости, рациональную частоту вибровозбуждения примем равной собственной частоте колебаний жидкости.

В этой связи цель работы – определение собственной частоты колебаний жидкости в отверстии просеивающей поверхности.

На жидкость, находящуюся в цилиндрическом отверстии и ограниченную сверху и снизу менисками, действуют сила гидростатического давления  $G$ , капиллярные давления верхнего  $p_v$  и нижнего  $p_n$  мениска. При равновесии имеем следующее равенство

$$p_v = G + p_n. \quad (1)$$

В предположении, что мениски сферические сегменты, по формуле Лапласа имеем капиллярные давления [6]

$$p_v = 2\sigma/R_v, \quad (2)$$

$$p_n = 2\sigma/R_n, \quad (3)$$

где  $\sigma$  – коэффициент поверхностного натяжения;  $R_v$  и  $R_n$  – радиусы кривизны верхнего и нижнего менисков.

Гидростатическое давление, действующее на нижний мениск, вычисляется по формуле

$$G = \rho gh, \quad (4)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости;  $g$  – ускорение свободного падения;  $h$  – высота слоя жидкости.

Подставляя (4), (2) и (3) в (1) и группируя члены с радиусами, получим

$$\rho gh = 2\sigma \left( \frac{1}{R_v} - \frac{1}{R_n} \right).$$

Введя обозначение  $k = \sqrt{2\sigma/(\rho g)}$ , имеем

$$hk^{-2} = \frac{1}{R_v} - \frac{1}{R_n}. \quad (5)$$

Для воды  $k = 0,00385$  м.

Между радиусом кривизны  $R_v$  верхнего мениска и радиусом  $r_o$  цилиндрического отверстия имеет место зависимость [6]

$$R_v = r_o / \cos \alpha, \quad (6)$$

где  $\alpha$  – краевой угол смачивания.

Рассмотрим случай, когда жидкость смачивает стенки отверстия ( $\alpha < 90^\circ$ ). Из выражения (5) следует – для равновесия жидкости в отверстии радиус кривизны верхнего мениска должен быть меньше радиуса кривизны нижнего.

Разрешая (5) относительно  $R_n$ , получим

$$R_n = \frac{R_v}{1 - hk^{-2}R_v}. \quad (7)$$

Известно [7], что собственная частота колебаний жидкости зависит от ее потенциальной энергии  $W$  и массы  $m$

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{m} \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right)}, \quad (8)$$

где  $x$  – координата.

В предположении, что потенциальная энергия жидкости в гравитационном поле мала по сравнению с потенциальной энергией поверхностного натяжения, получим

$$W = \sigma(S_v + S_n), \quad (9)$$

где  $S_v$  и  $S_n$  – площади верхнего и нижнего менисков.

Масса жидкости

$$m = \rho(V - V_v - V_n), \quad (10)$$

где  $V$  – объем цилиндра,  $V_v$  и  $V_n$  – объем верхнего и нижнего мениска.

Известные формулы для вычислений площади и объема шарового сегмента, умножив и разделив на  $R_v$ , представим в таком виде

$$S_v = 2\pi R_v^2 h^*, \quad (11)$$

$$V_v = \pi R_v^3 (3 - h^*)/3, \quad (12)$$

где  $h^* = h_m/R_v$ ,  $h_m$  – высота мениска,  $h^*$  – относительная высота мениска.

Вычисления, выполненные по формуле (7) показали, что для  $R_v \leq 0,3$  мм и  $h^* \leq 2$ , радиус нижнего мениска отличается от верхнего менее чем на один процент, поэтому при определении  $W$  и  $m$  примем  $R_v = R_n$ . С учетом этого допущения, используя (9), (10), (11) и (12), найдем

$$W = 4\pi\sigma R_v^2 h^*,$$

$$m = \pi\rho \left[ hr_o^2 - 2R_v^3 h^{*2} (3 - h^*) / 3 \right]. \quad (13)$$

Вычислим вторую производную

$$\frac{d^2W}{dR_v^2} = 8\pi\sigma h^*. \quad (14)$$

Подставляя (6), (13) и (14) в (8), получим формулу для определения собственной частоты колебаний жидкости в отверстии просеивающей поверхности

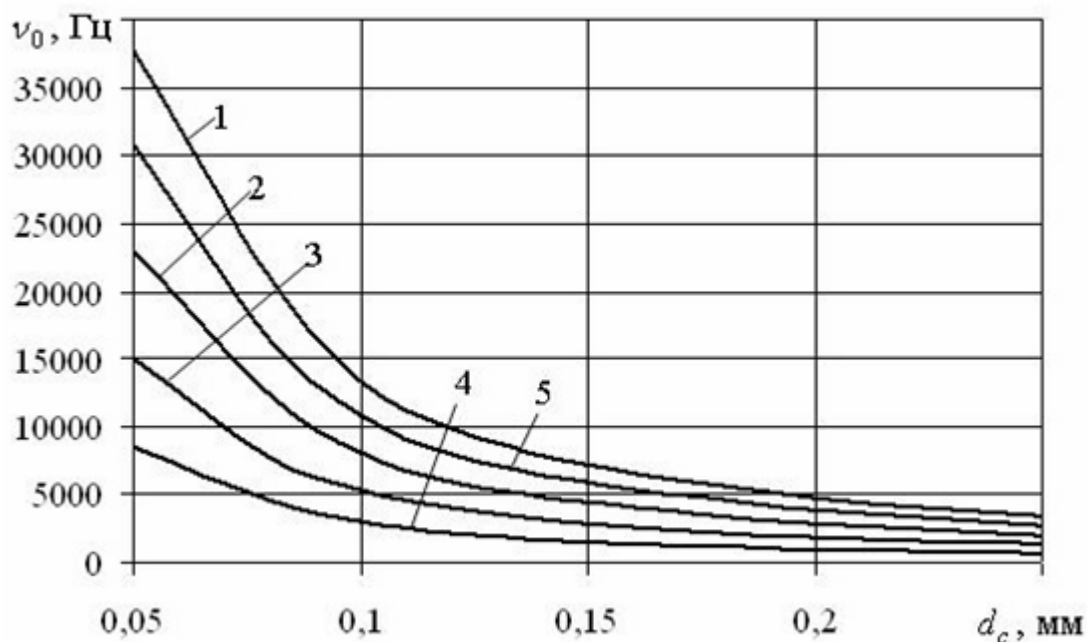
$$\nu_0 = \frac{\cos \alpha}{\pi r_o} \sqrt{\frac{6\sigma h^* \cos \alpha}{\rho \left[ 3h \cos^3 \alpha - 2r_o h^{*2} (3 - h^*) \right]}}. \quad (15)$$

На рис. 1 представлены результаты вычислений по формуле (15), которые получены для случая  $h = 2r_o$ . Осью абсцисс служит диаметр  $d_c$  отверстия. Здесь же для сравнения приведена собственная частота колебаний по первой форме сферической капли, которая вычислялась по формуле [8]

$$\nu_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho r_o^3}}.$$

Только при полном смачивании собственная частота колебание капли меньше  $\nu_0$ . В остальных случаях (краевые углы  $20^\circ, 40^\circ, 60^\circ$ ) имеем  $\nu_0 < \nu_s$ .

Для всех значений краевых углов с уменьшение диаметра отверстия собственная частота увеличивается. При полном смачивании ( $\alpha = 0^\circ$ ) уменьшение диаметра отверстия с 0,2 мм до 0,05 мм приводит к увеличению собственной частоты с 4704 до 37632 Гц. Энергетически выгодно для обеспечения прохождения жидкости через отверстия возбуждение просеивающей поверхности производить на собственной частоте  $\nu_0$ . Однако чем больше частота возбуждения, тем труднее обеспечить прочность и надежность грохота, поэтому важно стремиться к уменьшению собственной частоты жидкости, которое можно достичь, например, за счет увеличения краевого угла. Так при  $\alpha = 60^\circ$  для тех же диаметров соответственно имеем 1070 и 8561 Гц, т. е. уменьшение собственной частоты составило более чем в четыре раза.



1, 2, 3, 4 – краевые углы  $0^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$ , 5 – сферическая капля  
 Рис. 1 – Зависимость собственной частоты колебаний жидкости от диаметра отверстия просеивающей поверхности и краевого угла

Здесь же для сравнения приведена собственная частота колебаний по первой форме сферической капли, которая вычислялась по формуле [8]

$$\nu_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{8\sigma}{\rho r_o^3}}.$$

Только при полном смачивании собственная частота колебание капли меньше  $\nu_0$ . В остальных случаях (краевые углы  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $60^\circ$ ) имеем  $\nu_0 < \nu_s$ .

Для всех значений краевых углов с уменьшение диаметра отверстия собственная частота увеличивается. При полном смачивании ( $\alpha=0^\circ$ ) уменьшение диаметра отверстия с 0,2 мм до 0,05 мм приводит к увеличению собственной частоты с 4704 до 37632 Гц. Энергетически выгодно для обеспечения прохождения жидкости через отверстия возбуждение просеивающей поверхности производить на собственной частоте  $\nu_0$ . Однако чем больше частота возбуждения, тем труднее обеспечить прочность и надежность грохота, поэтому важно стремиться к уменьшению собственной частоты жидкости, которое можно достичь, например, за счет увеличения краевого угла. Так при  $\alpha=60^\circ$  для тех же диаметров соответственно имеем 1070 и 8561 Гц, т. е. уменьшение собственной частоты составило более чем в четыре раза.

Изменение краевого угла можно обеспечить путем выбора материала для изготовления просеивающей поверхности, а также путем модификации физико-химических свойств ее поверхности.

Собственную частоту  $\nu_0$  можно также снизить путем уменьшения поверхностного натяжения, которое достигается применением поверхностно-

активных веществ. Из формулы (15) следует, что уменьшение  $\sigma$  в  $\varepsilon$  раз снижает собственную частоту в  $\sqrt{\varepsilon}$  раз.

Итак, получена формула для определения собственной частоты колебаний жидкости, находящейся в цилиндрическом отверстии и ограниченной менисками, что позволяет определить частоту вибровозбуждения просеивающей поверхности.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Саранин, В. А. Равновесие жидкостей и его устойчивость. Простая теория и доступные опыты [Текст] / В. А. Саранин. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 144 с.
2. Равновесные слои жидкости в капиллярной ситовой ячейке [Текст] / В.И. Елисеев, В.И. Луценко, В.П. Надутый, И.П. Хмеленко // Геотехническая механика: межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2008. - Вып. 74. - С. 44 – 55.
3. Майков, И. Л. Численная модель динамики капли вязкой жидкости [Текст] / И. Л. Майков, Л. Б. Директор // Вычислительные методы и программирование: 2009. – Т. 10. – С. 148–157.
4. Майков, И. Л. Численное решение задачи о затухающих нелинейных колебаниях капли вязкой жидкости [Текст] / И. Л. Майков, Л. Б. Директор // ЖЭТФ – 2008. – Том 133, вып. 6. – С. 1314–1321.
5. Вибрации в технике: Справочник в 6 т. [Текст] / Ред. Совет: В. Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1981. – Т.4: – Вибрационные процессы и машины / Под. ред. Э. Э. Лавендела. – 1981. – 509 с.
6. Бейлин, М. И. Теоретические основы процессов обезвоживания углей [Текст] / М. И. Бейлин. – М.: Недра, 1969. – 240 с.
- Пановко, Я. Г. Введение в теорию механических колебаний [Текст] / Я. Г. Пановко. – М.: Наука, 1971. – 240 с.
7. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика [Текст] / Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. – М.: Наука, 1986. – 736 с.

**УДК 622.831:622.023.42**

А.П. Круковский, к.т.н.;  
В.В. Круковская, к.т.н.  
(ИГТМ НАН Украины);

С.Д. Гребенюк, директор департамента,  
(ЗАО «Донецксталь» – металлургический завод)

### **ИЗМЕНЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ «МАССИВ – БЕТОННАЯ ОБОЛОЧКА» В ПРОЦЕССЕ ЭКСПЛУАТАЦИИ ЗАГЛУБЛЕННЫХ СООРУЖЕНИЙ**

У статті наведено розрахунок напруженого стану заглиблених бетонних конструкцій методом скінчених елементів з урахуванням зниження міцності бетону у часі, внаслідок підвищеної вологості та під дією агресивного середовища. Запропоновано розв'язання поставленої задачі у випадках різного рівня води у трубах шахтного водоскиду

### **CHANGE OF «MASSIF – CONCRETE SHELL» SYSTEM STRESSED STATE IN SERVICE THE SUBSURFACE CONSTRUCTION**

The account of subsurface concrete construction stressed state by finite element method in consideration of loss of strength in time, as a result of high humidity and corrosive medium action is given in this article. Solution of assigned task in the case of different water level in mine spillway is proposed